Rozšíření MA1 - domácí úkol 4

Diferenciální počet funkcí dvou a tří proměnných 1.

I. Množiny v rovině a definiční obory reálných funkcí dvou proměnných:

1. V rovině načrtněte množiny ($[x,y]$ jsou kartézské souřadnice bodu v rovině) :
   a) $M_1 = \left\{ [x,y];\ -2 < x^2 - y < 3 \right\}$;
   b) $M_2 = \left\{ [x,y];\ -1 < \dfrac{y}{x+1} \le 1 \right\}$;
   c) $M_3 = \left\{ [x,y];\ x^2 + y^2 \le 4 \wedge x + y \ge 0 \right\}$.

   U každé z daných množin rozhodněte (a odůvodněte), zda je to množina otevřená, uzavřená, omezená, nebo třeba kompaktní. Popište hranice těchto množin.

2. Najděte a v rovině (s k.s.s.) načrtněte definiční obor funkce
   a) $f(x,y) = \sqrt{x^2 - 2y + 1}$;
   b) $f(x,y) = \sqrt{y \ln x}$
   c) $f(x,y) = \ln(xy)$ nebo $f(x,y) = \ln(xy - 1)$.

II.. Limita a spojitost funkce:

1. Je dána funkce
   a) $f(x,y) = \exp(-x^2 - y^2)$ (zde $\exp(x) = e^x$);
   b) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2 + y^2}$;
   c) $f(x,y) = \ln(y - x^2)$.

   Najděte a načrtněte její definiční obor, vyšetřete spojitost funkce f v definičním oboru .
   Zkuste si představit graf funkce f u funkcí v a) a b).

2. Vyšetřete spojitost funkcí z příkladu 2. v jejich definičních oborech.

III. „Mechanické“ derivování:

Vypočítejte parciální derivace 1. a 2. řádu všude, kde existují, funkcí:

a) $f(x,y) = x\sqrt{y} + \dfrac{y}{x}$; $f(x,y) = e^{x^2 - y}$; $f(x,y) = e^{x^2 y}$; $f(x,y) = \ln(xy - 1)$; $f(x,y) = arctg\,\dfrac{x+y}{x-y}$

b) $f(x,y,z) = \sqrt{z - x^2 - y^2}$; d*) $f(x,y,z) = x^{\left(\frac{y}{z}\right)}$.